

~ Brevet de technicien supérieur Métropole ~

14 mai 2024 - Comptabilité et gestion¹

Exercice 1

10 points

Une usine spécialisée dans la fabrication d'une pièce mécanique pour automobile utilise, dans sa chaîne de production, trois machines qu'on notera M_1 , M_2 , et M_3 .

Partie A

Une étude statistique a montré que .

- la machine M_1 produit 41 % des pièces dont 2,5 % sont défectueuses,
- la machine M_2 produit 30 % des pièces dont 1,9 % sont défectueuses,
- la machine M_3 produit le reste des pièces dont 1,5 % sont défectueuses

On choisit au hasard une pièce dans cette chaîne de production et on suppose que toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On note les évènements :

- M_1 : « La pièce choisie est produite par la machine M_1 ».
- M_2 : « La pièce choisie est produite par la machine M_2 ».
- M_3 : « La pièce choisie est produite par la machine M_3 ».
- D : « La pièce choisie est défectueuse ».

.On notera $\overline{D}$ l'évènement contraire de l'évènement D .

1. Déterminer $P_{M_1}(D)$.
2. Compléter l'arbre de probabilités fourni en **annexe, à rendre avec la copie**.
3.
 - a. Définir par une phrase l'évènement $M_1 \cap D$.
 - b. Calculer la valeur exacte de sa probabilité.
4.
 - a. Justifier, en détaillant les calculs, que $P(D) = 0,0203$.
 - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La pièce choisie au hasard est défectueuse, déterminer la probabilité qu'elle soit produite par la machine M_3 .
Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie B

On suppose dans cette partie que $P(D) = 0,02$.

On prélève au hasard 600 pièces. On suppose que le stock est assez important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement associe le nombre de pièces défectueuses.

Les résultats seront arrondis à 0,001 près.

1. Candidats libres ou établissement privé hors contrat

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2.
 - a. Calculer $P(X = 12)$.
 - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice
3. Calculer la probabilité de l'évènement « cinq pièces ou moins sont défectueuses ».
4.
 - a. Calculer $P(X \geq 6)$.
 - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Dans cette partie, on s'intéresse au diamètre des pièces qui sont de format cylindrique.

On prélève au hasard une pièce dans le stock.

On suppose que la variable aléatoire Y qui associe à chaque pièce son diamètre (en centimètre), suit la loi normale de paramètres $\mu = 5$ et $\sigma = 0,04$.

Les résultats seront arrondis à 0,01 près.

1.
 - a. Déterminer $P(4,92 \leq Y \leq 5,08)$.
 - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité que le diamètre de cette pièce soit au minimum de 4,96 centimètres.

Exercice 2 :

10 points

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

Partie A

Le tableau suivant donne le bénéfice (en milliers d'euros) réalisé par une entreprise spécialisée dans la vente à distance.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : y_i	9,9	11,3	12,5	13,4	14,4	15,4

La calculatrice est nécessaire pour la plupart des calculs demandés.

1. Déterminer un ajustement affine de y en fonction de x selon la méthode des moindres carrés.
Les coefficients de l'équation de la droite seront arrondis à 0,01 près.
2. Dans cette question, on décide d'ajuster le nuage de points $(x_i ; y_i)$ par la droite d'équation : $y = 1,1x + 9$.
Selon ce modèle :
 - a. Déterminer une estimation, en milliers d'euros, du bénéfice en 2025.
 - b. Déterminer l'année à partir de laquelle le bénéfice dépassera 22 000 euros pour la première fois. Justifier la réponse.

Partie B

Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul qui donne l'évolution annuelle d'une année par rapport à la précédente) du nombre de produits vendus entre 2017 et 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
2	Nombre de produits vendus	620	700	810	928	1 092	1 289
3	Évolution annuelle en %		12,9 %	15,7 %	14,6 %		18 %

1. La plage des cellules C3 à G3 est au format pourcentage, arrondie à 0,1 % près.
 - a. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3, permet d'obtenir par recopie vers la droite les taux annuels successifs de la ligne 3.
 - b. Calculer la valeur de la cellule F3, arrondie à 0,1 % près.
2.
 - a. Calculer le taux d'évolution global entre 2017 et 2022, arrondi à 1 %.
 - b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen entre 2017 et 2022, arrondi à 0,1 %

Partie C

On suppose dans cette partie, qu'à partir de l'année 2022, le nombre de produits vendus augmente chaque année de 16 %.

On décide de modéliser ce nombre par une suite (u_n) où u_n désigne le nombre de produits vendus l'année $(2022 + n)$.

Ainsi $u_0 = 1\,289$.

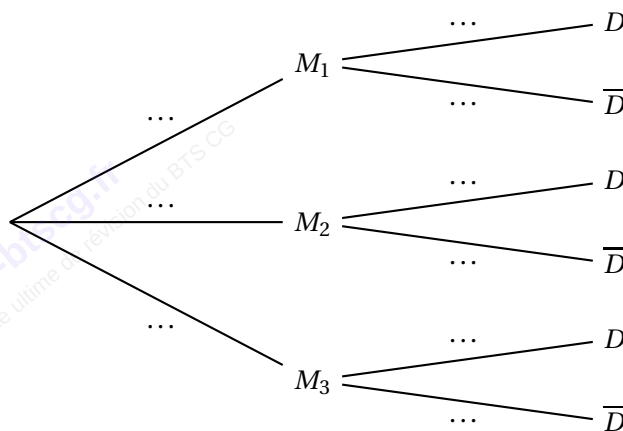
1. Calculer la valeur arrondie à l'unité de u_1 , et u_2 .
2. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Donner le terme général u_n en fonction de n .

L'entreprise prévoit d'investir dans une nouvelle plateforme numérique de vente à distance dès que le nombre de produits vendus dépassera 3 000.

4.
 - a. Compléter les différentes lignes non renseignées dans l'algorithme en **annexe** pour qu'après exécution, la variable N contienne l'année à partir de laquelle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois 3 000 produits selon ce modèle,
 - b. Déterminer l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois 3 000.

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 1 : Partie A



Exercice 2 : Partie C

$N \leftarrow 0$
$U \leftarrow \dots\dots$
Tant que $\dots\dots\dots$
$N \leftarrow \dots$
$U \leftarrow \dots * U$
Fin Tant que
$N \leftarrow 2022 + N$